

# Logik I

-

## Klausur Gedächtnisprotokoll

06.02.2013

1. Was ist der Unterschied zwischen Satzvorkommnissen, Satztypen und Satzbedeutungen? (5 Punkte)
2. Entscheiden Sie, bei welchen der folgenden Zeichenreihen es sich um Aussagesätze handelt. Welche davon sind einfach? Welche sind aussagenlogisch unzerlegbar? (7 Punkte)
  - (a) Alle Zahlen sind ungerade.
  - (b) Wo ist der Vortragende?
  - (c) Es ist notwendig, dass  $2 + 2 = 4$ , oder es ist nicht notwendig, dass  $2 + 2 = 4$ .
  - (d) Die Frauenkirche ist nicht größer als das Empire State Building.
  - (e) Es ist erlaubt, dass Peter sich zur Wahl aufstellen lässt.
  - (f) Lass dich bitte impfen!
  - (g) Innsbruck liegt zwischen Feldkirch und Salzburg.
3. Argumentieren Sie für die Repräsentation des natursprachlichen 'wenn ... ,dann' durch das materiale  $\rightarrow$  (10 Punkte)
4. Geben Sie die Wahrheitstafeln für die folgenden Formeln an und geben Sie an, ob es sich jeweils um eine Tautologie, Kontradiktion oder um eine kontingente Formel handelt.
  - (a)  $\neg(p \vee q) \vee (p \wedge \neg q)$
  - (b)  $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg p \vee q)$

5. Leiten Sie die folgenden Schlüsse im aussagenlogischen System dem natürlichen Schließens her (10 Punkte):

(a)  $p \rightarrow q \wedge r, \neg p \rightarrow q \wedge r \vdash r$

(b)  $\neg p \rightarrow p \vdash p$

6. Repräsentieren Sie folgende Sätze in die Sprache der Prädikatenlogik erster Stufe (10 Punkte):

(a) Es gibt Philosophen, die Empiristen sind.

(b) Alex ist nicht in Eva verliebt.

(c) Alles wird durch etwas verursacht.

(d) Wenn alles materiell ist, dann ist auch die 0 materiell.

7. Geben Sie für jedes Vorkommen einer Individuenvariable in den nachfolgenden Formeln an, ob sie frei oder gebunden vorkommt. Geben Sie darauf basierend ab, welche der Formeln offen sind (8 Punkte):

(a)  $\exists x(P(y) \wedge Q(x)) \vee \forall y(R(y, x) \wedge R(y, z))$

(b)  $R(a, y) \rightarrow \forall xR(a, x)$

(c)  $\neg \exists x \forall y S(y, x)$

8. Geben Sie die Definition der logischen Folge ( $\models$ ) für die aussagenlogische Sprache. Erklären Sie, was man unter Vollständigkeit und Korrektheit versteht (10 Punkte).

9. Gegeben sei folgende Interpretation  $\mathfrak{I} = \langle D, \varphi \rangle$

- $D = \{Maja, Willi\}$
- $\varphi(a) = Maja, \varphi(b) = Willi$
- $\varphi(B) = \{Maja, Willi\}$  (B steht für Biene)
- $\varphi(K) = \{\langle Maja, Willi \rangle\}$  (K steht für 'klüger als')

Zudem seien die Variablenbelegungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  unter  $\mathfrak{I}$  gegeben:

- $\sigma_1 = Maja, Willi, \dots$
- $\sigma_2 = Willi, Willi, \dots$

Geben sie die Wahrheitswerte für die folgenden Formeln unter den beiden Variablenbelegungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  an (10 Punkte):

(a)  $\neg B(x)$

- (b)  $\exists x K(x, b)$
- (c)  $\exists y K(y, x)$
- (d)  $B(a) \wedge \neg K(a, b)$
- (e)  $\forall x (K(x, a) \rightarrow K(x, x))$

10. Leiten Sie die folgenden Schlüsse im prädikatenlogischen System des natürlichen Schließens her (10 Punkte):

- (a)  $\neg P(a), \forall x (\neg P(x) \rightarrow Q(x)) \vdash Q(a)$
- (b)  $\neg \exists x R(x, z) \vdash \forall x \neg R(x, z)$

11. BONUSFRAGE (optional): Welcher syntaktischer, semantischer und deduktiven Schritte bedarf es bei der Erweiterung der Prädikatenlogik um das Identitätsprädikat? (10 Punkte)